

MODEL MATEMATIKA HORIZON WAKTU DISKRET HEURISTIK UNTUK PENJADWALAN PRODUKSI OPERASI TUNGGAL PADA MESIN ALTERNATIF

Irwan Sukendar, ST, MT
Jurusan Teknik Industri FTI Universitas Islam Sultan Agung
Email: irwansukendar@yahoo.com

Abstrak

Banyak industri mengalami kesulitan dalam menjadwalkan produksi pada mesin alternatif. Dengan jumlah job yang cukup banyak dan masing-masing pesanan mempunyai batasan penyelesaian (*due date*), mereka berharap dapat menjadwalkan produksinya dengan tanpa ada keterlambatan. Model matematika Horizon waktu diskret (HWD) heuristik dikembangkan untuk menyelesaikan permasalahan tersebut dengan ukuran performansi minimasi total tardiness tertimbang. Model tersebut diterapkan untuk menyelesaikan permasalahan penjadwalan produksi 10 job 6 mesin. Model matematik heuristik menyelesaikan permasalahan tersebut dengan total tardiness terbobot sebesar 45 hari.

1. Pendahuluan

Banyak industri mengalami kesulitan dalam menjadwalkan produksi. Penjadwalan didefinisikan sebagai rencana pengaturan urutan kerja serta pengalokasian sumber baik waktu maupun fasilitas untuk setiap operasi yang harus diselesaikan [Ma'ruf, 1995]. Industri-industri tersebut mendapatkan pesanan yang cukup banyak. Masing-masing pesanan mempunyai batasan penyelesaian (*due date*). Mereka berharap dapat menjadwalkan produksinya dengan tanpa ada keterlambatan.

Beberapa mesin yang dimiliki industri adalah mesin alternatif. mesin alternatif adalah beberapa mesin yang tidak identik yang mampu memproses suatu job yang sama dengan waktu yang berbeda.

Permasalahan tersebut dapat diselesaikan dengan mengembangkan model matematika. Model matematika ada dua, yaitu : model matematika *Disjunctive Constraint* (DC) dan Model matematika Horizon Waktu Diskret (HWD). Model matematika HWD mempunyai kelebihan dibandingkan model matematika DC dalam hal adanya notasi waktu sehingga lebih mudah bila ada penambahan konstrain.

Berdasarkan optimasi pencapaian, model matematika terbagi menjadi dua : model matematika optimal dan model matematika heuristik.

Berdasarkan hal tersebut di atas, penelitian ini hendak membahas tentang model matematika HWD Heuristik untuk penjadwalan produksi operasi tunggal pada mesin alternatif.

2. Tinjauan Pustaka

2.1. Penjadwalan alternatif mesin

Masalah penjadwalan alternatif mesin (*flexible job shop*) berbeda dengan masalah job shop klasik, dimana masing-masing operasi dari job dapat diproses pada himpunan alternatif mesin [Srich, 2004]. Permasalahan alternatif mesin didefinisikan sebagai himpunan H mesin dan himpunan I job. Masing-masing job dikerjakan oleh satu mesin di antara himpunan mesin yang dapat mengerjakan job itu [Srich, 2004].

2.2. Fungsi Tujuan Tardiness Tertimbang

Dalam masalah penjadwalan dengan fungsi *Tardiness* tertimbang, tiap job memiliki *due date* dan bobot (kepentingan). Jika waktu akhir penyelesaian job melebihi *due date* nya maka job tersebut dikenakan suatu pinalti yang direpresentasikan oleh bobotnya. *Tardiness* didefinisikan

sebagai selisih waktu antara waktu akhir penyelesaian dengan *due date* jika waktu akhir penyelesaian job lebih besar dari *due date*.

Secara matematis, fungsi tujuan *total tardiness* tertimbang dirumuskan sebagai berikut. Misalkan T_i menyatakan *tardiness* job i , D_i menyatakan *due date* job i , dan C_i menyatakan saat akhir penyelesaian job i .

$$T_i = \begin{cases} C_i - D_i, & C_i > D_i \\ 0, & C_i \leq D_i \end{cases} \quad (1)$$

Dengan demikian, T_i mempunyai nilai :

$$T_i = \max\{0, C_i - D_i\} \quad (2)$$

maka fungsi *tardiness* ini bukan fungsi linier.

Morton dan Pentico [1993] memasukkan *Earliness* ke dalam fungsi *tardiness*, maka fungsi menjadi:

$$T_i - E_i = C_i - D_i \quad (3)$$

Dimana :

$$\text{jika } C_i > D_i, \text{ maka } T_i = C_i - D_i \quad (4)$$

$$\text{jika } C_i \leq D_i, \text{ maka } E_i = D_i - C_i \quad (5)$$

Penambahan variabel *Earliness* merubah fungsi *tardiness* tersebut menjadi fungsi linier.

2.3. Teknik *Priority dispatching*

Dispatching adalah salah satu jenis metoda penjadwalan heuristik yang waktu siap dari setiap sumber ditentukan sedemikian rupa sehingga berurutan naik. Keputusan pemilihan produk yang akan diproses dapat dilakukan pada saat sumber kosong.

Beberapa contoh aturan *priority dispatching* adalah :

1. *Shortest Processing time (SPT)*

Urutan pemrosesan pekerjaan berdasarkan pada waktu terpendek. Aturan ini cenderung untuk mengurangi *work in process*, *mean flow* dan *mean lateness*.

2. *Earliest Due date (EDD)*

Urutan pekerjaan dilakukan berdasarkan *due date* yang terpendek

3. *First come first serve (FCFS)*

Urutan pekerjaan dilakukan sesuai dengan urutan kedatangannya.

4. *Slack per operation (S/OPN)*

Urutan pekerjaan dilakukan berdasarkan job yang mempunyai *slack time* per sisa operasi yang terkecil.

5. *Random (R)*

Urutan pekerjaan dipilih secara *random*.

3. Pengembangan Model

3.1. Notasi

a. Himpunan

H_i = himpunan mesin alternatif untuk mengerjakan job i .

b. Indeks

i = job

h = mesin

k = slot waktu

c. Parameter

N = jumlah job

W_i = bobot job i

D_i = *Due date* job i

K = horison waktu

t_{ih} = waktu pengerjaan job i pada mesin h , dimana $h \in H_i$

H_{hk} = konstanta yang menunjukkan ketersediaan mesin h pada slot k .

- P_k = ketersediaan operator pada slot waktu k
- d. Variabel keputusan
- C_i = saat selesai pengerjaan job i .
- C_{ih} = saat selesai pengerjaan job i pada mesin h
- X_{ih} = variabel biner 0-1 yang menyatakan bahwa job i dikerjakan oleh mesin h
- C_{ihk} = variabel biner 0-1, bernilai 1 jika job i yang dikerjakan pada mesin h diselesaikan pada slot waktu k , bernilai 0 bila tidak.
- T_i = *Tardiness* job i
- E_i = *Earliness* job i
- t_i = waktu pengerjaan job i
- X_{ihk} = variabel biner 0-1, bernilai 1 jika job i pada slot waktu k menggunakan mesin h , bernilai 0 bila untuk yang lain
- B_i = Saat mulai pengerjaan job i .
- e. Ukuran performansi
- Z = *total tardiness* tertimbang

3.2. Asumsi

Asumsi model adalah sebagai berikut :

1. Semua job dianggap tersedia pada waktu $k=1$
2. Waktu pengerjaan job sudah mencakup waktu *set up*.
3. Pengerjaan suatu job *nonpreemptive*.
4. Horison waktu K dianggap cukup panjang untuk menyelesaikan semua job, $C_i \leq K$ untuk semua i .

3.3. Model matematika HWD Heuristik

Algoritma penjadwalan adalah sebagai berikut:

1. Urutkan job mulai dari job yang mempunyai D_i terpendek sampai job yang mempunyai D_i terpanjang (ascending).
Jika D_i sama, urutkan job mulai dari job yang mempunyai w_i terbesar sampai job yang mempunyai w_i terkecil (descending).
Jika w_i sama, urutkan job secara *random*.
Misal a menyatakan urutan job.
2. Tetapkan $a=1$
3. Tetapkan $h=1, h \in H_a, H_a = 1$
4. Tetapkan $k=1$
5. Untuk $l=k$ sampai $l=k + t_{ah}-1$ jika $H_{hl} = 1$, lanjutkan ke langkah 6. Jika tidak, tetapkan $k=k+1$ lalu ulangi langkah 5
6. Buat jadwal temporer, tetapkan $B_{ah}=k; X_{ahl} = 1 \forall l, l=k$ sampai $l=k+t_{ah}-1; C_{ah}=B_{ah} + t_{ah}-1; H_{hl}=H_{hl}-1$ untuk $\forall l, l=k$ sampai $l=k + t_{ah}-1$;
Hitung $Z_{ah}, Z_{ah} = \max(C_{ah}-D_a, 0) \cdot w_a$ lalu lanjutkan ke langkah 7
7. Jika $h=1$, tetapkan $h=h+1, (h \in H_a, H_a=1)$ lalu kembali ke langkah 4. Jika tidak lanjutkan ke langkah 8
8. Bandingkan Z_{ah}, t_{ah} . Pilih jadwal yang memberikan Z_{ah} terkecil, Z_{ah}^* . Jika Z_{ah} sama, pilih jadwal yang memberikan t_{ah} terkecil, t_{ah}^* . Jika, t_{ah} sama, pilih jadwal secara *random*. h terpilih adalah h^* dan l terpilih adalah l^* .
Lanjutkan ke langkah 9
9. Set jadwal tetap : $B_{ah^*}, X_{ah^*l^*}, C_{ah^*}, H_{h^*l^*}$
Lanjutkan ke langkah 10
10. Reset jadwal temporer yang lainnya : $B_{ah}, X_{ahl}, C_{ah}, H_{hl}$
Lanjutkan ke langkah 11
11. Jika $a < N$, tetapkan $a=a+1$ lalu kembali ke langkah 3.
Jika tidak hentikan algoritma

4. Contoh Numerik dan Pembahasan

4.1. Contoh numerik

Tabel 1. Contoh Numerik

Job	Waktu pengerjaan job tiap mesin (hari)						Due date (hari)	Bobot	Horison waktu (hari)
	1	2	3	4	5	6			
1	4	3	-	-	-	-	3	1	12
2	4	5	-	-	-	-	4	5	
3	5	3	-	-	-	-	3	2	
4	-	-	3	4	-	-	3	3	
5	-	-	4	5	-	-	4	3	
6	-	-	5	3	-	-	3	4	
7	-	-	4	5	-	-	4	4	
8	-	-	-	-	5	3	3	2	
9	-	-	-	-	3	4	3	5	
10	-	-	-	-	3	5	3	1	

4.2. Hasil penjadwalan

Tabel 2. Solusi penjadwalan

Mesin	Horison Waktu											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	1	1	1	2	2	2	2				
2	3	3	3									
3	4	4	4	7	7	7	7					
4	6	6	6	5	5	5	5	5				
5	9	9	9	10	10	10						
6	8	8	8									

Adapun total tardiness terbobot dijelaskan sebagai berikut :

Tabel 3. Total tardiness terbobot

Job	Bobot	Tardiness	Tardiness terbobot
1	1	1	1
2	5	4	20
3	2	0	0
4	3	0	0
5	3	4	12
6	4	0	0
7	4	3	12
8	2	0	0
9	5	0	0
10	1	3	3
			45

5. Kesimpulan Dan Saran

5.1. Kesimpulan

1. Penelitian ini telah berhasil menghasilkan model untuk pemecahan masalah penjadwalan alternatif mesin berbasis pada rumusan matematik horison waktu diskret.
2. Pemecahan masalah penjadwalan alternatif mesin dapat dilakukan dengan mengembangkan Model matematik heuristik.
3. Berdasarkan hasil eksperimen pada contoh numeric 10 job 6 mesin, Model matematik *heuristik* memberikan fungsi tujuan total tardiness terbobot 45 hari.

5.2. Saran

Melanjutkan penelitian di masa mendatang :

1. Penelitian ini dapat diterapkan oleh industri dalam penjadwalan produksi dengan hasil optimal
2. Penelitian ini dapat dikembangkan dengan kasus yang lebih kompleks yaitu mesin parallel serentak .

6. Daftar Pustaka

Baker,K.R, 1997, *Introduction to sequencing and scheduling*, Dartmount College.

Baykasoglu,A , 2004, *Using Multiple Objective Tabu Search and Grammars to Model and Solve Multi-Objective Flexible Job Shop Scheduling Problem*, *Jurnal of Intellegent Manufacturing*, 15, 777-785.

Bedworth,D, Bailey,J, 1987, *Integrated Production Control Systems*, Jon Wiley & Sons.

Correa,J.R, Wagner,M.R, 2005, *LP-based online scheduling : from single to parallel machines*, *Proceedings of the 11 Conference on Integer Programming and Combinatorial Optimization (IPCO)*, Berlin.

Dewi,R.S, 2000, *Pengembangan dan Pengujian Algoritma Affected Operation Rescheduling*, *Mempertimbangkan Mesin Alternatif*, ITB, Bandung.

Halim,A.H, dan Chandrawijaya,P, 1996, *Pengembangan Metoda Penjadwalan yang Memperhatikan Alternatif Masin dan Perkakas dengan Beam Search*, *Jurnal TMI* no 16-April.

He,Y , Zhou,H , Jiang,YW, 2006, *Pre-emptive Semi Online Algorithm for Parallel Machine Scheduling with Known Total Size*, *Acta Mathematica Sinica*.

Hurink,J, S.Knust, 2001, *List Scheduling on a Parallel Machine Environment with Precedence Constraint and Setup Times*, *Operations Research Letters*, 29, pp.231-239.

Kusiak,A, 1990, *Intelligent Manufacturing Systems*, Prentice Hall, New Jersey.

Ladsaria,L , *Local and Global Scheduling*, <http://ladsaria@uiuc.edu>

Ma'ruf,A,1995, *Pengembangan Metoda Penjadwalan dengan Mempertimbangkan Alternatif Urutan proses Menggunakan Algoritma Genetika*, ITB, Bandung.

Morton,T.E, Pentico,D.W, 1993, *Heuristic Scheduling Systems*, John Wiley & Sons.

Sipper,D, Bulfin,R, 1997, *Production Planning, Control, and Integration*, Mc-Graw-Hill.

- Sukendar,Irwan, 2007, *Integer Linear Programming Model with Discretized Time Horizon for Solving Alternative Machine Scheduling Problems on Single Operation*, Asia Pacific Conference on Manufacturing Systems, Bali.
- Sukendar,Irwan, 2009, *Pengembangan Model Matematik HWD Heuristik untuk Penjadwalan Job Banyak Operasi Tunggal pada Mesin Alternatif*, UNISSULA, Semarang.
- Suprayogi, Toha, 2002, *Model matematika Horison waktu diskret untuk penjadwalan sumber simultan*, TMI ITB Bandung.
- Toha,I.S, 1996, *Model Optimasi Penjadwalan produksi Backward dengan Alternatif Routeing*, Jurnal TMI, no 16-April.
- Vollmann,T.E, Berry,WL ,Whybark,DC, 1988, *Manufacturing planning and control system*, Dow jones-irwin, Homewood, Illinois.
- Zhenbo,W, Wenxun,X,2005, *Parallel Machines Scheduling with Special Jobs*, National Natural Science Foundation of China.